

the-security-challenges-and-countermeasures-of-virtual-cloud (data zvernennja: 22.11.2018)

7. Ghalicyn V.K., Kaminsjkyj O.Je. Monitoryng khmarnykh servisiv, rozghornutykh v baghato khmarному seredovyshhi. Modeljuvannja ta informacijni systemy v ekonomici. 2017. Vyp. 94. S. 160–169.

Статтю подано до редакції 05.09.2019 р.

УДК 004.021

DOI: 10.33111/mise.98.6

Галузинський Г.П., к.т.н.,

доцент кафедри інформаційних систем в економіці, ДВНЗ Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана

Galuzinsky G.P., PhD in Technics,

Associate Professor of the Economics Information Systems Department, Kyiv National Economic University named after Vadym Hetman

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОКАЗНИКОВИХ ФУНКЦІЙ

MULTIPLE CRITERIAL OPTIMIZATION WITH USE EXPONENTIAL FUNCTIONS

Анотація. Розглянуто інтерактивну процедури, яка дозволяє вирішувати безперервні задачі багатокритеріальної оптимізації без необхідності апріорного встановлення серед заданих критеріїв головного, або заміни цих критеріїв деякою скалярною функцією, яка в подальшому використовується як єдина основа для отримання оптимального рішення без урахування суб'єктивних переваг особи, зацікавленої в його ефективності. Аналіз сучасних публікацій показує, що увага авторів переважно зосереджена на способах визначення розрахунковим шляхом вагових коефіцієнтів з метою заміни сукупності критеріїв певною скалярною функцією, яка й використовується як єдина основа для отримання оптимального рішення. Запропоновано пошук компромісного рішення проводити ітеративним шляхом в просторі окремих критеріїв з використанням адитивної функції, що складається з відповідної кількості показникових функцій певного виду. Показано, що запропонований підхід до вироблення інтерактивним шляхом компромісного рішення дозволяє спростити для особи, що приймає рішення, його досягнення. Сутність інтерактивного підходу полягає в тому, щоб дозволити людині втручатись у процес пошуку рішення й розширити можливості його коригування за рахунок зворотного зв'язку між людиною та моделлю. Запропонована процедура при вирішенні безперервних задач оптимізації за наявністю кількох критеріїв (без можливості апріорного встановлення серед них головного) дозволяє реалізувати людино-машинну взаємодію, направлену на вироблення інтерактивним шляхом одного або декількох

компромісних рішень, що визначають допустимі, з точки зору особи, що приймає рішення, значення критеріїв. Практичне застосування процедури можливе лише після розроблення програмної оболонки для роботи з відповідним комерційним пакетом, яка буде забезпечувати користувачів зручним інтерфейсом, необхідним для реалізації розглянутої людино-машинної взаємодії.

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, особа, що приймає рішення, Парето-оптимальні рішення.

Abstract. An interactive procedure is considered, which allows to solve continuous problems of multicriteria optimization without the necessity of a priori establishment among the set criteria of the main one, or replacement of these criteria by some scalar function, which is subsequently used as the sole basis for obtaining the optimal solution without taking into account the subjective preferences of the person interested in efficiency. The analysis of modern publications shows that the attention of the authors is mainly focused on the methods of determining by calculation the weight coefficients in order to replace a set of criteria with a certain scalar function, which is used as the sole basis for obtaining the optimal solution. It is proposed to search for a compromise solution in an iterative way in the space of individual criteria using an additive function consisting of an appropriate number of exponential functions of a certain kind. It is shown that the proposed approach to making an interactive compromise solution makes it easier for the decision maker to achieve it. The essence of the interactive approach is to allow a person to interfere in the process of finding a solution and to increase its ability to correct it by the feedback between the person and the model. The proposed procedure for solving continuous optimization problems in the presence of several criteria (without the possibility of a priori establishing among them the main one) allows to implement human-machine interaction aimed at making interactively one or more compromise decisions that determine the admissible, in terms of decision making, the value of the criteria. The practical application of the procedure is possible only after the development of a software shell to work with the appropriate commercial package, which will provide users with the convenient interface necessary for the implementation of the considered human-machine interaction.

Keywords: multicriteria optimization, decision maker, Pareto-optimal solutions.

Вступ. Охарактеризувати в прийнятній і зрозумілій формі всі наслідки, що становлять інтерес, за допомогою одного критерію, у більшості випадків, навряд чи можливо. Саме тому оцінювання ефективності прийнятих рішень щодо управління, навіть не дуже складною системою будь-якої фізичної природи, потребує, зазвичай, використання сімейства критеріїв (векторного критерію). Наявність такого сімейства критеріїв передбачає, крім усього іншого, виявлення ОПР (особою, що приймає рішення) суперечностей і можливостей збільшення взаємного узгодження цілей з метою досягнення певного компромісу. У загальному випадку це є завданням, формальне рішення якого поза рамками самого процесу оптимізації часто значно складніше, ніж отримання формально оптимального результату після його розв'язання. Це призводить до необхідності ОПР у самому процесі вироблення оптимального рішення уточнювати свої початкові й формувати

реальніші уподобання, а також виявляти можливості, які раніше були відкинуті або невідомі.

Постановка проблеми. Фактично всі існуючі сьогодні підходи до багатокритеріальної оптимізації були розроблені на початку 70-х років минулого століття. Їхній аналіз дав змогу дійти висновку, що «майбутнє багатокритеріального програмування — у вирішенні задач в інтерактивному режимі» [1], у якому оптимізація відбувається за участю експерта — людини, яка обирає й приймає рішення на основі інформації, наданої системою підтримки прийняття рішень. Сутність інтерактивного підходу полягає в тому, щоб дозволити людині втручатись у процес пошуку рішення й розширити можливості його коригування за рахунок зворотного зв'язку між людиною та моделлю. Цей зв'язок повинен надавати ОНР можливість отримувати нові відомості про проблему, що стоїть перед нею, повніше оцінювати взаємозамінність критеріїв і діапазон можливостей, що задається безліччю допустимих рішень. В ідеалі все це повинно дозволити ОНР краще розібратися, де шукати вдаліші рішення та як розпізнати остаточне рішення, якщо його вдалося досягти. Суттєво, що це повинно досягатися за рахунок того, що людина робить краще за все (за наявності нової інформації виробляти поліпшені або виправлені судження).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз сучасних публікацій показує, що увага авторів переважно зосереджена на способах визначення розрахунковим шляхом вагових коефіцієнтів з метою заміни сукупності критеріїв певною скалярною функцією, яка й використовується як єдина основа для отримання оптимального рішення [2–4]. Такий підхід, що ґрунтується на визначених на науковій основі вагових коефіцієнтах, може бути ефективним лише для окремих класів задач. У більшості випадків суто «об'єктивний» формалізований аналіз, що залишає поза увагою суб'єктивні цінності й можливості їх взаємної компенсації, не може дати правильних вказівок щодо доцільності прийняття тих чи тих рішень і результат такого аналізу часто буде неприйнятним. Тому такий підхід навряд чи може бути покладений в основу розроблення програмних засобів для вирішення широкого класу задач із застосуванням багатокритеріальних методів оптимізації.

Основний матеріал дослідження. На основі аналізу існуючих підходів щодо пошуку компромісного рішення при розв'язанні задач багатокритеріальної оптимізації, в яких альтернативи в явному вигляді не формулюються, а замість цього в

явному вигляді формуються обмеження, що накладаються на можливі рішення, запропонована ітеративна процедура, з використанням скалярної функції, елементами якої є показникові функції. Проведення цієї процедури направлене на те, щоб полегшити ОПР процес усвідомлення, який саме курс дій у даних конкретних умовах слід обирати для узгодження своїх цілей, і гарантувати, що при досягненні компромісного рішення воно буде Парето-оптимальним (ефективним). При цьому реалізація такої процедури орієнтована на використання комерційних програм однокритеріальної оптимізації як робочого математичного забезпечення.

Нехай якість об'єкта управління оцінюється вектор-функцією:

$$f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)), \quad (1)$$

компонентами якої є задані функції $f_i(x)$ ($i=1, 2, \dots, k$) вектора $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. На змінні x_j ($j = 1, n$) накладаються обмеження вигляду

$$g_j \geq x_j \leq u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad \text{і} \quad (2)$$

$$d_l \geq q_l(x) \leq b_l \quad (l = 1, 2, \dots, m). \quad (3)$$

Потрібно знайти таку допустиму точку x^* , яка буде Парето-оптимальною й забезпечить отримання таких компромісних значень $z_1, z_2, \dots, z_k$, критеріїв $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$, що вони будуть задовольняти суб'єктивним вимогам ОПР.

Для вирішення поставленого завдання в складі інтерактивної процедури, орієнтованої на досягнення експериментальним шляхом компромісу на основі локальних уподобань, необхідно мати щонайменше два механізми, по чергове застосування яких у належній послідовності дасть змогу або виробити узгоджене рішення, або дійти висновку про неможливість його досягнення. Це механізми пошуку й переналагодження.

Механізм пошуку — це механізм, за допомогою якого отримується нове ефективне рішення після чергового переналагодження моделі. Це рішення пропонується визначати в просторі окремих критеріїв шляхом мінімізації функції виду

$$F(x) = \sum_{i=1}^k a^{p_i}, \quad (4)$$

де a — основа степеня (додатне але відмінне від одиниці число),
 p_i — показник степеня, що обчислюється за формулою:

$$p_i = (z_i^* - z_i) / \Delta_i, \quad (5)$$

де z_i^* — цільове (бажане) значення i -ого локального критерію, яке при задоволенні суб'єктивних вимог ОПР щодо інших критеріїв, може бути й недосяжним;

z_i — поточне значення i -ого локального критерію;

Δ_i — допустиме (з точки зору ОПР) відхилення в напрямку погіршення значення z_i^* (Δ_i повинна бути менше нуля при максимізації i -ого локального критерію, більше нуля при його мінімізації, і не може дорівнювати нулю).

Допустиме відхилення Δ_i впливає на найгірше допустиме (з точки зору ОПР) значення i -ого локального критерію v_i :

$$v_i = z_i^* + \Delta_i. \quad (6)$$

Величина v_i не є жорстким обмеженням, оскільки значення будь-якого i -ого критерію, отримане мінімізацією скалярної функції $F(x)$, може бути як у межах, так і поза межами, заданими значеннями z_i^* і v_i . Проте їхнє зближення (при зменшенні абсолютного значення Δ_i) сприяє різкому зростанню «жорсткості» щодо виходу значення i -ого критерія за межі v_i .

Слід відмітити, що обчислення показника степеня за виразом (5) автоматично усуває проблеми щодо різноманітності та довільності вибору масштабів локальних критеріїв.

Механізм переналагодження — це механізм, який з урахуванням результатів попередніх пошуків передусім — поточного й попереднього, створює нові умови для розкриття суперечливості критеріїв і визначення на цій основі поточних модифікацій моделі. До характерних способів переналагодження моделі при використанні скалярної функції (1), слід віднести:

- корегування елементів цільового вектора z_i^* , з метою узгодження суб'єктивних вимог ОПР з реальністю, відображеною в моделі;

- корегування елементів вектора відхилень Δ з метою підсилення чи послаблення «сили тяжіння» відповідних локальних критеріїв до їх екстремальних значень.

- корегування величини основи степеня a з метою збільшення у функції $F(x)$ «ваги» локального критерія з максимальним значенням.

Алгоритм багатокритеріальної оптимізації з використанням скалярної функції (1) в інтерактивному режимі складається з кількох кроків.

Крок 1. На першому кроці встановлюються початкові значення вектора x (за звичай $x^0 = 0$) і отримуються початкові значення вектора локальних критеріїв z .

Крок 2. Встановлюється початкове значення основи степеня a (зазвичай від 2 до 10).

Крок 3. Встановлюються цільові значення локальних критеріїв z . Однією з переваг функції (4) є те, що її застосування не потребує визначення екстремальних значень локальних критеріїв, оскільки кожен її елемент на всій дійсній осі більший за нуль.

Тому ОПР при визначенні вектора z^* керується лише своїми цілями та відомостями щодо предметної області. Крім того, з огляду на те, що процес узгодження компромісних значень критеріїв є ітераційним і направленим на послідовне усвідомлення потрібного курсу дій, то допущені на будь-якому кроці похибки не є критичним і можуть бути виправлені на наступних кроках.

Крок 4. Встановлюються значення елементів вектора Δ з орієнтацією на найгірші допустимі значень локальних критеріїв (значень елементів вектора v). Якщо у ОПР відсутні уподобання щодо цих значень, елементи вектора Δ можуть бути вибрані таким чином, щоб величини елементів функції $F(x)$ приблизно співпадали.

Крок 5. Отримується нове рішення мінімізацією квадратичної цільової функції (4) з накладанням обмежень (2) і (3).

Наступні кроки (у необмеженій кількості) спрямовані на те, щоб у процесі інтерактивного цілеспрямованого експерименту дослідити область можливих рішень і знайти серед них прийнятніші (з точки зору ОПР). На кожному з цих кроків мінімізується квадратична цільова функція $F(x)$ після використання розглянутих способів переналагодження моделі.

Процес узгодження можна продовжувати, поки одні з компонентів критеріального вектора z менш прийнятні, ніж інші, і поточна ситуація може бути поліпшена за рахунок компромісів. Якщо ОПР не хоче йти на компроміс, збільшуючи чи зменшуючи деякі компоненти вектора z за рахунок інших, то процес завершується.

Для ілюстрації розглянемо такий прикладі [1]: Знайти вектор $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}\}$, що максимізує чотири функції

$$f_1(x) = 15x_1 + 5x_2 + 12x_3 - 8x_4 + 2x_5 + 7x_6 - 17x_7 - 1x_8 - 14x_9 + 9x_{10};$$

$$f_2(x) = -17x_1 - 19x_2 - 1x_3 + 3x_4 - 4x_5 - 18x_6 + 14x_7 + 4x_8 - 16x_9 - 11x_{10};$$

$$f_3(x) = -3x_1 + 3x_2 + 13x_3 + 8x_4 + 15x_5 + 18x_6 + 17x_7 - 19x_8 + 14x_9 - 19x_{10};$$

$$f_4(x) = -x_1 + 2x_4 + 8x_5 - 4x_6 + 7x_7 + 9x_8.$$

і задовольняє обмеженням

$$18x_1 + 11x_6 + 2x_7 + 6x_8 + 3x_{10} \leq 100,$$

$$4x_1 + 19x_3 + 15x_4 + 1x_5 + 11x_6 + 13x_7 \leq 100,$$

$$8x_2 + 3x_4 + 11x_8 \leq 100,$$

$$12x_5 + 2x_6 + 5x_7 + 3x_9 + 4x_{10} \leq 100,$$

$$13x_1 + 4x_3 + 9x_5 + 7x_6 + 3x_7 + 13x_8 + 12x_9 + 3x_{10} \leq 100,$$

$$4x_3 + 19x_5 + 8x_9 + 9x_{10} \leq 100,$$

$$8x_1 + 3x_2 + 18x_3 + 3x_5 + 2x_7 + 2x_9 + 5x_{10} \leq 100,$$

$$1x_2 + 9x_4 + 13x_9 + 19x_{10} \leq 100,$$

при $x_i \geq 0$.

Розглянемо кілька кроків вирішення цієї задачі з використанням вищерозглянутого алгоритму.

Крок 1. На першому кроці встановлюємо нульові значення вектора x і отримуємо початкові значення вектора локальних критеріїв $z = 0$.

Крок 2. Встановлюємо початкове значення основи степеня a . Наприклад, $a = 10$.

Крок 3. Встановлюємо цільові значення локальних критеріїв z^* . Наприклад, $z^* = \{25; 23; 70; 50\}$.

Крок 4. Встановлюємо значення елементів вектора Δ з урахуванням значень елементів вектора найгірших допустимих величини локальних критеріїв (вектор v). Оскільки відсутні будь-які відомості щодо економічного чи технічного змісту, будемо орієнтуватися на вектор $v = 0$. Оскільки всі локальні функції максимізуються, то згідно (6) отримуємо $\Delta = \{-25; -23; -70; -50\}$.

Крок 5. Мінімізується функція (4), що дає такі результати:

$$x = \{0; 0; 3,92; 0; 3,836; 0; 1,668; 3,446; 0; 0\},$$

$$z = \{22,9; 17,88; 71,39; 73,38\}.$$

Змістовну інформацію, що може бути корисна для переналагодження моделі, наведено в табл. 1.

Колонка « % » цієї таблиці показує, якій відсоток складає значення відповідного локального критерія від його цільового (бажаного) значення. З даних цієї колонки видно, що отримані мінімізацією функції $F(x)$ значення 3-го і 4-го критеріїв перевищують цільові (причому четвертий суттєво, майже на 47 %), а значення 1-го та 2-го не дотягують до цільових (особливо другий, йому не вистачає 22,27 %).

Таблиця 1

Локальні критерії	Макс Мін	Цільові значення			Поточний результат		Значення елементів $F(x)$	
		z^*	v	Δ	значення	%	абсол.	віднос.
$f_1(x)$	Макс	25	0	-25	22,90	91,60	1,213	0,281
$f_2(x)$	Макс	23	0	-23	17,88	77,73	1,804	0,418
$f_3(x)$	Макс	70	0	-70	71,39	101,99	0,955	0,221
$f_4(x)$	Макс	50	0	-50	73,38	146,75	0,341	0,079
							4,313	1

Якщо ОПР хоче зменшити цей дисбаланс, то, як видно з даних табл. 1, для цього можна використати три способи переналагодження моделі:

— покращити (збільшити) значення другого елемента вектора z^* (не змінюючи значення v_2);

— покращити (збільшити) значення v_2 (зменшивши відповідним чином значення Δ_2);

— оскільки значення другого елемента функції $F(x)$ більше інших її елементів, то при збільшенні значення основи степеня a , його внесок в сумарне значення функції $F(x)$ зростає, що призведе при його мінімізації в збільшення значення другого критерію (звичайно, якщо він ще не досягнув свого максимального значення).

У табл. 2 наведено результати досягнуті за рахунок переналагодження моделі першим способом (при збільшенні другого елемента вектора z^* до 25), у табл. 3 наведено результати переналагодження моделі другим способом (при $v_i = 2$), а в табл. 4 наведено результати переналагодження моделі третім способом (при $a = 100$).

Таблиця 2

Локальні критерії	Макс Мін	Цільові значення			Поточний результат		Значення елементів $F(x)$	
		z^*	v	Δ	значення	%	абсол.	віднос.
$f_1(x)$	Макс	25	0	-25	21,99	87,94	1,320	0,291
$f_2(x)$	Макс	25	0	-23	19,01	76,03	1,822	0,402
$f_3(x)$	Макс	70	0	-70	68,63	98,05	1,046	0,231
$f_4(x)$	Макс	50	0	-50	73,35	146,70	0,341	0,075
							4,529	1

Таблиця 3

Локальні критерії	Макс Мін	Цільові значення			Поточний результат		Значення елементів $F(x)$	
		z^*	v	Δ	значення	%	абсол.	віднос.
$f_1(x)$	Макс	25	0	-25	22,29	89,18	1,283	0,302
$f_2(x)$	Макс	23	2	-21	18,63	80,99	1,615	0,380
$f_3(x)$	Макс	70	0	-70	69,56	99,38	1,014	0,238
$f_4(x)$	Макс	50	0	-50	73,36	146,72	0,341	0,080
							4,254	1

Таблиця 3

Локальні критерії	Макс Мін	Цільові значення			Поточний результат		Значення елементів $F(x)$	
		z^*	v	Δ	значення	%	абсол.	віднос.
$f_1(x)$	Макс	25	0	-25	22,63	90,50	1,548	0,301
$f_2(x)$	Макс	23	0	-23	19,09	83,01	2,187	0,425
$f_3(x)$	Макс	70	0	-70	66,10	94,43	1,292	0,251
$f_4(x)$	Макс	50	0	-50	72,97	145,95	0,121	0,023
							5,148	1

Процес узгодження можна продовжувати, використовуючи розглянуті способи переналадження моделі до тих пір, поки у ОПР буде бажання йти на компроміс, збільшуючи чи зменшуючи деякі компоненти вектора z за рахунок інших.

Висновки.

На основі викладеного можна зробити такі висновки:

1. Запропонована процедура при вирішенні безперервних задач оптимізації за наявності кількох критеріїв (без можливості апріорного встановлення серед них головного) дозволяє реалізувати людино-машинну взаємодію, направлену на вироблення інтерактивним шляхом одного або декількох компромісних рішень, що визначають допустимі, з точки зору особи, що приймає рішення, значення критеріїв.

2. Запропонований алгоритм вироблення компромісів є евристичним, оскільки на питання, що потребують відповіді для просування в напрямі вироблення компромісу, які саме встановлювати значення елементів цільового вектора та вектора допустимих відхилень, не можна відповісти абсолютно чітко. Проте усвідомлення напрямів дій, які створюють передумови отримання суб'єктивно кращого рішення, не викликає труднощів оскільки, по-перше, ОПР оперує легкими для розуміння (у контексті вирішуваної задачі) поняттями і, по-друге, на кожному етапі видно, ціною яких програшів в одних показниках набувається виграв в інших і яким чином це було досягнуто. Недостатньо точно виконане переналагодження моделі може бути скореговане на наступних кроках і призводить не до зупинення процесу, а лише до зростання кількості ітерацій. Отже, запропонований процес узгодження суб'єктивних цілей можна розглядати як слабоструктурований підхід до послідовного вироблення кращого рішення, який може бути застосований у тих багатьох випадках, коли суто «об'єктивний» аналіз просто не здатен дати правильних вказівок щодо доцільності прийняття формально виробленого рішення.

3. Оскільки реалізація запропонованого підходу до вироблення інтерактивним шляхом компромісного рішення орієнтована на використання комерційних пакетів однокритеріальної оптимізації, то розмірність чи інші особливості задач, які можна вирішити, не лімітуються їх багатокритеріальною природою. Вони лімітуються лише можливостями відповідного комерційного пакета, складністю його використання в діалоговому режимі з багаторазовими перебудовами параметрів цільової функції та обмежень, а також наочністю відображення відомостей, які бажано довести до ОПР на кожному етапі вироблення компромісу. Враховуючи це, можна стверджувати, що практичне застосування процедури можливе лише після розроблення програмної оболонки для роботи з відповідним комерційним пакетом, яка буде забезпечуватиме користувачів зручним інтерфейсом, необхідним для реалізації розглянутої людино-машинної взаємодії.

Список літератури

1. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация. Теория, вычисления и приложения: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1992. — 504 с.
2. Чибісов Ю. В., Шульга Ю. С. Застосування методів багатокритеріальної оптимізації для вирішення задачі розподілу вагонів по ван-

тажним фронтам [Текст] / Ю. В. Чибісов, Ю. С. Шульга // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна. — 2014. — Вип. 7. — С. 134–138.

3. Божанова Т. А. Про узагальнені розв'язки однієї задачі векторної оптимізації на транспортних мережах [Електр. ресур] / Т. А. Божанова, П. І. Когут // Динамические системы: зб. наук. праць. — 2010. — Вип. 28. — С. 48–62. — Режим доступу : http://www.dynsys.crimea.edu/issue/28/dynsys_28_bozhanova.pdf Вісник

4. Прус Н. В. Можливості застосування багатокритеріальної оптимізації при плануванні витрат промислового підприємства [Текст] / Н. В. Прус // Вісник Хмельницького національного університету 2009, — № 3, Т. 1. — С. 219–222.

References

1. Shtoj'er R. Mnogokryteryalnaja optymyzacyja. Teoryja, vychyslenyja y prylozhenyja: Per. s angl. — M.: Radyo y svjaz, 1992. — 504 s.

2. Chybisov Ju. V., Shuljgha Ju. S. Zastosuvannja metodiv baghatokryterialnoji optyimizaciji dlja vyrishennja zadachi rozpodilu vaghoniv po vantzahnym frontam [Tekst] / Ju. V. Chybisov, Ju. S. Shuljgha // Visnyk Dnipropetr. nac. un-tu zalizn. transp. im. akad. V. Lazarjana. — 2014. — Vyp7. — S. 134–138.

3. Bozhanova T. A. Pro uzaghaljneni rozv'jazky odnijeji zadachi vektornoji optyimizaciji na transportnykh merezhakh [Elektr. resur] / T. A. Bozhanova, P. I. Koghut // Dynamycheskye systemy: zb. nauk. pracj. — 2010. — Vyp. 28. — S. 48–62. — Rezhym dostupu : http://www.dynsys.crimea.edu/issue/28/dynsys_28_bozhanova.pdf Visnyk

4. Prus N. V. Mozhlyvosti zastosuvannja baghatokryterialnoji optyimizaciji pry planuvanni vytrat promyslovogho pidpryjemstva [Tekst] / N. V. Prus // Visnyk Khmeljnycjkogho nacionaljnogho universytetu 2009, — # 3, T. 1. — S. 219–222.

Статтю подано до редакції 01.09.2019 р.